ЛИТЕРАТУРА

1. Хабибуллин Б. Н. *Двойственное представление суперлинейных функционалов и его применения в теории функций.* I, II // Изв. РАН. Сер. матем. – 2001. – Т. 65. – № 4. – С. 205–224; 2001. – Т. 65. – № 5. – С. 167–190.

И. Н. Катковская, В. Г. Кротов

Минск, krotov@bsu.by

КРИТЕРИИ КОМПАКТНОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ ИЗМЕРИМЫХ ФУНКЦИЙ

Пусть Φ — множество всех четных, положительных и возрастающих на $(0,+\infty)$ функций φ, удовлетворяющих условиям

$$\varphi(0)=\varphi(+0)=0, \quad \lim_{t\to+\infty}\varphi(t)=+\infty,$$

Φ_1 — подкласс функций из Φ, для которых $\varphi(t)/t$ убывает.

Пусть (X,μ) — пространство с конечной мерой μ. Если $\varphi\in\Phi$, то через $\varphi(L)$ будем обозначать множество (классов эквивалентности) измеримых функций $f:X\to\mathbb{R}$, для которых конечна величина $\int_X\varphi(f)\,d\mu$. Класс $\varphi(L)$ снабжается естественной топологией (см. [1]), в частности, при $\varphi\in\Phi_1$ он является полным метрическим пространством относительно метрики

$$d_\varphi(f,g)=\int_X\varphi(f-g)\,d\mu.$$

Множество $L^0(X)$ классов эквивалентности измеримых функций на X также является полным метрическим пространством относительно метрики Фреше

$$d_{L^0}(f,g)=\int_X\frac{|f-g|}{1+|f-g|}\,d\mu.$$

Теорема 1. *Если множество $K \subset L^0(X)$ вполне ограничено, то существует такая функция $\varphi \in \Phi_1$, для которой $K \subset \varphi(L)$ и K вполне ограничено в $\varphi(L)$.*

Конечно, из полной ограниченности множества в $\varphi(L)$ вытекает полная ограниченность и в $L^0(X)$.

Далее рассмотрим случай $X = [0,1]^n$ с мерой Лебега μ. Следующая теорема является аналогом классического критерия L^p-компактности М. Рисса для пространства $L^0([0,1]^n)$ (см. [2], с. 242).

Теорема 2. *Множество $K \subset L^0([0,1]^n)$ вполне ограничено тогда и только тогда, когда одновременно выполнены условия:*

1) $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} \sup\limits_{f\in K} \mu\{|f| > \lambda\} = 0$,

2) $\lim\limits_{|h|\to+0} \sup\limits_{f\in K} \int\limits_{\prod\limits_{k=1}^{n}[0,1-h_k]} \frac{|f(x+h)-f(x)|}{1+|f(x+h)-f(x)|}\, d\mu(x) = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ульянов П. Л. *Представление функций рядами и классы $\varphi(L)$* // УМН. - Т. 27. - № 2. - С. 3–52.

2. Люстерник Л. А., Соболев В. И. *Элементы функционального анализа.* – М.: Наука, 1965. - 520 с.

И. Р. Каюмов, А. Хинкканен

Казань, Урбана (США)

О КРИТИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЯХ ПОЛИНОМОВ

Смейл в своей работе [1] по исследованию метода Ньютона для систем полиномиальных уравнений получил следующий